



PSL



SORBONNE
UNIVERSITÉ

université
PARIS-SACLAY

Centre interuniversitaire de préparation à l'agrégation de Montrouge

PHYSIQUE POUR LES CHIMISTES - FLUIDES

2022-2023

Bibliographie :

Table des matières

1	Rappels théoriques	3
2	Relation de Bernoulli	3
2.1	Mesure de la vitesse d'un fluide avec un tube de Pitot	3
2.2	Effet Venturi	4
2.3	Lévitiation d'une balle de ping-pong	4
2.4	Le principe du siphon	5
3	Viscosité	5
3.1	Loi de Stokes	5
3.2	Écoulement de Poiseuille	5
4	Cellule de visualisation de Hele-Shaw	7
5	Écoulement dans un milieu poreux : loi de Darcy [Facultatif]	7

On s'intéresse dans ce polycopié *Fluides* aux phénomènes d'écoulement, c'est-à-dire aux fluides en mouvement. Par rapport à l'hydrostatique on doit donc définir un champ $\vec{v}(\vec{r})$ qui donne la vitesse instantanée de la particule de fluide au point $\vec{r}$.

1 Rappels théoriques

Relation de Bernoulli : Au sein d'un écoulement stationnaire (i.e. indépendant du temps), parfait (c'est-à-dire que les effets de la viscosité sont négligés) et incompressible, on a le long d'une ligne de courant, avec z verticale ascendante,

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gz = \text{constante} . \quad (1)$$

Viscosité : Dans les écoulements non-parfaits de fluides réels la viscosité doit être prise en compte. Ce phénomène dissipatif, dû au transport de quantité de mouvement par diffusion, implique des "pertes de charge", autrement dit une violation de la relation de Bernoulli. Deux autres conséquences de la viscosité sont à connaître :

- au niveau d'une paroi solide, la composante tangentielle de la vitesse d'écoulement d'un fluide visqueux par rapport à la paroi s'annule.
- Tout objet mis en mouvement dans un fluide visqueux subit une force dont la composante normale au mouvement est appelée *portance* et la composante tangentielle est appelée *traînée*. Pour une sphère de rayon R en mouvement à la vitesse $\vec{v}$ dans un fluide de viscosité dynamique η , la symétrie sphérique assure la nullité de la portance, mais la traînée est non nulle. Aux faibles nombres de Reynolds ($Re \ll 1$) celle-ci se résume à la *force de Stokes* $\vec{F} = -6\pi\eta R\vec{v}$. La viscosité cinématique ν est définie comme $\nu = \eta/\rho$.

Nombre de Reynolds : Le nombre de Reynolds d'un écoulement, sans dimension, est donné par $Re = Lv/\nu$, où L et ν sont des longueur et vitesse caractéristiques de l'écoulement, et ν la viscosité cinématique. Son emploi peut s'avérer assez subtil, car il y a souvent plusieurs échelles caractéristiques dans un même écoulement. Les écoulements à faible nombre de Reynolds sont dominés par les effets de viscosité. À l'inverse, les écoulements à haut nombre de Reynolds sont dominés par la convection. L'énergie est peu dissipée et ces écoulements peuvent devenir instables voire turbulents.

2 Relation de Bernoulli

2.1 Mesure de la vitesse d'un fluide avec un tube de Pitot

Le tube de Pitot est un tube double :

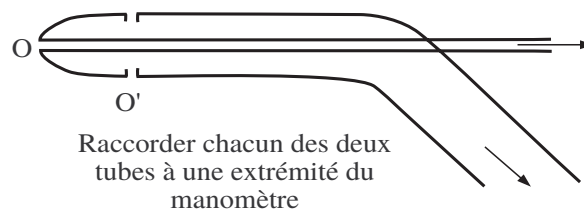


FIGURE 1 –

Lorsqu'il est placé dans un écoulement de vitesse v , on peut montrer à partir de la relation de Bernoulli que la différence de pression ΔP entre O et O' est reliée à la vitesse v par $\Delta P = \rho v^2/2$.

Expérience : On place le tube Pitot dans l'écoulement d'air engendré par la grosse soufflerie (attention à ne pas mettre les doigts directement sur le rhéostat de réglage du débit). On mesure la différence de pression soit avec la

colonne de liquide (qui donne en principe directement la vitesse si elle a été bien étalonnée) soit avec un manomètre différentiel, à brancher sur un voltmètre.

On peut comparer cette estimation de la vitesse avec celle donnée par un anémomètre à fil chaud à affichage digital. Il faut faire attention à la position respective du tube et de l'anémomètre pour que cette comparaison ait un sens, car la vitesse de l'écoulement est une grandeur locale qui varie d'un point à un autre. Les deux capteurs doivent donc être proches et ne pas se perturber l'un l'autre. Tester plusieurs configurations, et estimer l'incertitude sur les deux mesures de vitesse !

2.2 Effet Venturi

D'après la relation de Bernoulli, lorsque la vitesse d'un fluide augmente, sa pression diminue. C'est ce qui se produit, par conservation du débit, lorsque la section d'un écoulement est rétrécie. C'est l'effet Venturi, schématisé sur la figure 2. On peut le mettre en évidence à l'aide d'une trompe à eau. La pression indiquée par le manomètre branché au niveau du rétrécissement diminue lorsque l'on ouvre le robinet. Ce dispositif peut être mis à profit pour créer des aspirations et des vides partiels. C'est le cas par exemple dans les anciens vaporisateurs de parfums qui sont munis d'une poire. Vous en trouverez un dans la collection. On peut mettre l'effet Venturi en évidence à l'aide d'un dispositif destiné à la soufflerie doté d'un tube rétréci en son milieu et sur lequel sont connectés plusieurs tubes en U. Lors de l'écoulement de l'air, la différence de hauteur de liquide dans chaque tube en U indique la pression locale dans le tube. Vous pouvez observer que la pression en amont et en aval du goulet d'étranglement est différente, pourquoi ?

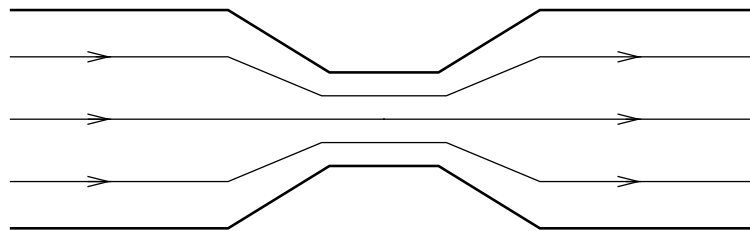


FIGURE 2 – Effet Venturi

2.3 Lévitiation d'une balle de ping-pong

L'effet Venturi est aussi à l'origine de l'expérience en apparence paradoxale suivante (cf. figure 3). Lorsque l'on injecte de l'air comprimé dans un entonnoir, une balle de ping-pong placée au fond de l'entonnoir est attirée à l'opposé de la direction du jet. Interpréter en dessinant l'allure des lignes de courant.

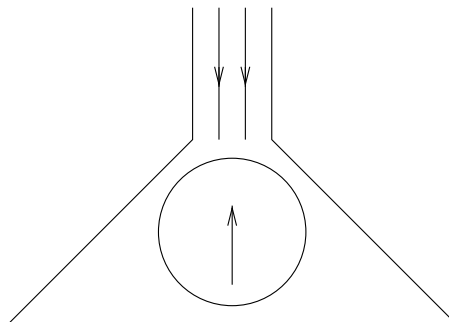


FIGURE 3 – Lévitiation d'une balle de ping-pong

2.4 Le principe du siphon

Le principe du siphon est illustré dans la figure 4. Vous pouvez réaliser cette expérience en remplissant préalablement le tube coudé : le récipient de gauche se vide dans celui de droite tant que leurs niveaux de remplissage sont différents.

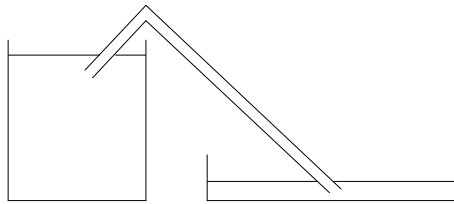


FIGURE 4 – Le principe du siphon

3 Viscosité

3.1 Loi de Stokes

Expérience : Une méthode de mesure de la viscosité d'un fluide consiste à étudier le mouvement d'une bille sphérique en son sein, et d'utiliser la loi de Stokes (cf. rappels ci-dessus) pour en déduire η . Vous disposez de billes d'acier de différents rayons R (que vous pouvez vérifier au vernier) et d'un pot de glycérine (utiliser l'aimant pour extraire les billes). Une bille lâchée sans vitesse initiale de la surface est d'abord accélérée, puis atteint rapidement une vitesse limite où la force de Stokes, la poussée d'Archimède et le poids de la bille se compensent. Mesurer cette vitesse limite à l'aide d'un chronomètre, pour différents rayons de la bille, et déduisez-en η . Pour expliquer l'écart éventuellement observé entre la viscosité mesurée et celle tabulée, on pourra considérer l'influence de la température et surtout de la teneur en eau (voir Handboook). Ne vous privez pas d'évaluer le nombre de Reynolds dans votre expérience et de vous assurer que $Re < 1$ sans quoi vous commettrez une erreur due à une mauvaise expression de la force (voir TD).

Données : Masse volumique de l'acier : 7.8 g.cm^{-3} , du glycérol : 1.26 g.cm^{-3}

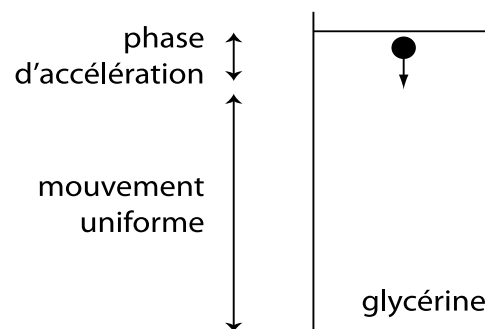


FIGURE 5 –

3.2 Écoulement de Poiseuille

Rappels théoriques : L'écoulement de Poiseuille désigne le comportement d'un fluide visqueux soumis à un gradient de pression dans une conduite cylindrique.

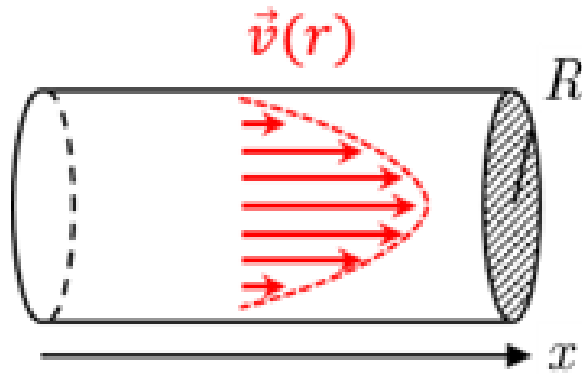


FIGURE 6 –

En régime laminaire (i.e. en l'absence de turbulences), la vitesse du fluide suit une loi parabolique :

$$v(r) = \frac{R^2 \Delta P}{4\eta L} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (2)$$

où η est la viscosité dynamique de l'eau, R le rayon de la conduite et L sa longueur. ΔP désigne la différence de pression entre l'amont et l'aval de l'écoulement, si elle est positive le fluide avance vers la droite, si elle est négative il avance vers la gauche. On peut montrer qu'en intégrant la vitesse sur une section droite de la conduite, on obtient l'expression suivante pour le débit volumique (cf. par exemple la deuxième édition de Guyon et al, page 200, pour une démonstration) :

$$D = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8\eta L} \quad (3)$$

Cette loi constitue la *loi de Poiseuille*. On peut la mettre en évidence qualitativement en visualisant la perte de charge dans un tube horizontal surmonté de quatre dérivationes verticales. Lors de l'écoulement, le niveau dans les quatre dérivation baisse, ce qui montre la diminution de la pression causée par la viscosité.

Expérience : On peut aussi vérifier quantitativement la loi de Poiseuille en réalisant l'expérience suivante :

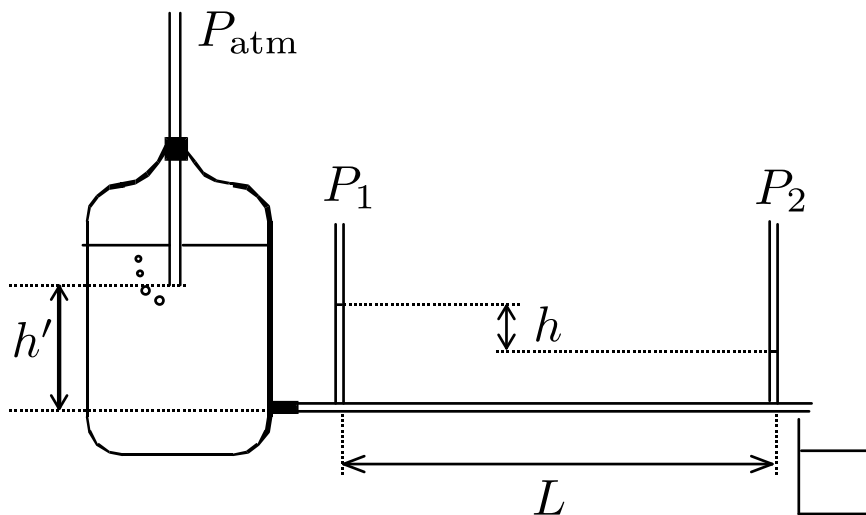


FIGURE 7 – Expérience de vérification de la loi de Poiseuille

Le gradient de pression dans le tube horizontal est imposé en ajustant la hauteur du tube vertical inséré dans la bouteille. Ceci permet d'avoir une pression constante à l'entrée du tube horizontal, malgré la vidange de la bouteille. La hauteur h' , légèrement supérieure à h , donne la différence de pression entre les deux extrémités du

tube. Cependant, l'étude de l'écoulement est faite entre les deux dérivation, à l'endroit où le régime de Poiseuille est bien établi. Nous mesurerons $\Delta P = P_1 - P_2 = \rho gh$ à l'aide de papier millimétré. Pour mesurer le débit, utiliser un chronomètre et un bécher de 40 mL. Prenez bien le temps de laisser le régime permanent s'établir.

Vérifier que, dans une gamme où le débit est suffisamment faible pour être en régime laminaire, D est effectivement proportionnel à h et en déduire la viscosité η de l'eau. Au-delà, l'écoulement devient turbulent et le débit est saccadé. Le transport de quantité de mouvement n'est alors plus diffusif mais convectif.

4 Cellule de visualisation de Hele-Shaw

On dispose d'une cellule permettant de visualiser des écoulements bidimensionnels autour d'un objet circulaire, en injectant de l'encre en amont de l'obstacle. La cellule peut être posée sur un rétroprojecteur pour plus de visibilité. Son utilisation est délicate, l'étanchéité est parfois critique, et l'encre a tendance à sécher dans les seringues d'injection. Le phénomène que la cellule permet de montrer, à savoir l'existence de différents régimes (en particulier laminaire/turbulent) selon la vitesse de l'écoulement, est documentée dans les ouvrages par des photos, par exemple page 107 de la deuxième édition de Guyon et al, ou dans *An album of fluid motion* de Van Dyke. Pour illustrer la réversibilité d'un écoulement visqueux il est possible de présenter la déformation d'une goutte d'encre dans une solution de glycérine sous cisaillement lent. En réalisant un mouvement aller retour, on doit en principe observer que la goutte d'encre reprend sa forme initiale.

5 Écoulement dans un milieu poreux : loi de Darcy [Facultatif]

La loi de Darcy exprime la relation entre débit et différence de pression de l'écoulement d'un fluide dans un matériau poreux sous certaines hypothèses (régime laminaire, écoulement incompressible). Nous disposons d'une maquette permettant de réaliser un écoulement horizontal dans du sable de Fontainebleau. Se reporter à la notice pour son utilisation.

La loi de Darcy établit que pour un cylindre de section A et de longueur L , le débit d'un fluide de viscosité dynamique η est donné par

$$Q = \frac{KA \Delta P}{\rho g L} = \frac{kA \Delta P}{\eta L}, \quad (4)$$

où ΔP est la différence de pression hydraulique imposée aux extrémités du cylindre et K est la conductivité hydraulique du matériau poreux considéré. k est appelé perméabilité du milieu poreux. Comparez cette loi à la loi d'Ohm (remarquer que les résistances hydraulique et électrique n'ont pas la même unité !).

L'objet de l'expérience est de vérifier la proportionnalité entre Q et ΔP , et ainsi de déterminer expérimentalement la conductivité K . On donne une valeur moyenne à comparer pour le sable de Fontainebleau : $K \approx 3.10^{-5} \text{ m/s}$

On verra en cours un modèle permettant de relier la perméabilité k à la porosité du milieu (rapport entre le volume des pores et le volume total) Φ et le diamètre moyen des pores. En effet le sable de Fontainebleau que vous utilisez possède des grains approximativement circulaires dont le diamètre moyen fait $d = 100 \mu\text{m}$. Pour un empilement compact, les lignes de courant au sein du sable forment n canaux dont le diamètre moyen est $\bar{d} = Ad$ où A est un paramètre géométrique. On peut donc modéliser l'écoulement comme équivalent à celui obtenu dans n canaux cylindriques de diamètre $\bar{d}$. Notez que cette modélisation a le défaut de supprimer l'isotropie du milieu considéré. Pour un cylindre de longueur L et de diamètre $\bar{d}$, le débit vaut :

$$\delta Q = \frac{\pi}{128\eta} \frac{\Delta P}{L} \bar{d}^4. \quad (5)$$



Utilisant la définition de la porosité, on peut exprimer n en fonction de la porosité et de $\bar{d}$, puis réécrire le débit en fonction de ces quantités pour finalement obtenir la dépendance de la perméabilité :

$$k = \frac{\pi^2}{32} \Phi \bar{d}^2 \quad (6)$$

Cette loi est supposée n'être valide que pour un écoulement laminaire, c'est-à-dire pour un faible nombre de Reynolds. Le vérifier avec en supposant le modèle valide. (rappel : le nombre de Reynolds vaut $\frac{\rho v L}{\eta}$ où ρ est la masse volumique du fluide, v est sa vitesse caractéristique et L est la taille caractéristique de l'écoulement. Pour l'eau à 20°C, $\eta = 10^{-3}$ Pa.s)

En pratique, notre connaissance de $\bar{d}$ n'est pas optimale. Le dispositif à votre disposition permet surtout de vérifier la proportionnalité du débit avec la variation de pression et de mesurer la conductivité hydraulique du matériau. Il peut éventuellement être utilisé avec un autre milieu de remplissage (par exemple des billes de 1 mm de diamètre) pour une comparaison de la conductivité hydraulique et de la forte variation avec le diamètre du "sable". Enfin, utilisant de l'eau chaude (40°C) on peut montrer l'accélération de l'écoulement qui résulte de la chute de la viscosité dynamique de l'eau avec la température.

La loi de Darcy joue un rôle fondamental en hydrogéologie et en gestion des ressources aquifères (échange d'eau entre une rivière et une nappe phréatique, effet du drainage, etc.)

